

Interrogation 3

Exercice 1 : Automates

Soit $\mathcal{A} = \{a, b\}$ un alphabet. Soit A un automate sur $\mathcal{A}$, donné ci dessous.

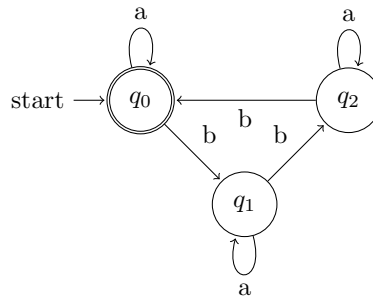


FIGURE 1 – Automate A

1. Donner une expression rationnelle décrivant $L(A)$.
2. Donner un automate B reconnaissant l'ensemble des mots sur $\mathcal{A}$ ayant un nombre paire de b .
3. Construire l'automate reconnaissant $L(A) \uplus L(B)$, où $\uplus$ désigne l'union disjointe, en justifiant votre construction.

Exercice 2 : Langages

Soit $\mathcal{A} = \{ (,) \}$ un alphabet. On définit $D_{\mathcal{A}}$ le langage des mots bien parenthésés sur $\mathcal{A}$ par induction de la façon suivante :

- $\varepsilon \in D_{\mathcal{A}}$
- Pour tout mot u et v de $D_{\mathcal{A}}$, $u.v \in D_{\mathcal{A}}$
- Pour tout mot u de $D_{\mathcal{A}}$, $(u) \in D_{\mathcal{A}}$

1. Les mots suivants sont-ils des mots de $D_{\mathcal{A}}$:

- $(())()$
- $(())()$
- $((()))$

Seule une justification informelle est attendue.

2. Montrer que pour tout mot u de $D_{\mathcal{A}}$, pour tout préfixe v de u ,

$$|v|_{)} \geq |v|_{(}$$

où $|v|_{)}$ (resp. $|v|_{(}$) désigne le nombre de $)$ (resp. de $($) dans v .

3. (Bonus) $D_{\mathcal{A}}$ est-il rationnel ?